

# 刚性桩复合地基 - 筏板基础体系内力、沉降计算方法

A practical method for the analysis of rigid pile composite foundation-raft system

宋二祥<sup>1</sup>, 沈伟<sup>1</sup>, 金淮<sup>2</sup>, 刘彦生<sup>3</sup>

(1. 清华大学 土木工程系, 北京 100084; 2. 北京城建勘测测绘院, 北京 100101; 3. 清华大学 建筑设计研究院, 北京 100084)

**摘要:**提出一种分析刚性桩复合地基 - 筏板基础相互作用体系内力和变形的实用方法。该方法将筏板基础划分为 Mindlin 板单元, 桩 - 土体系的支撑刚度利用 Boussinesq 解和 Mindlin 解及有限压缩层模型确定, 对垫层则近似用分布弹簧模拟。同时还给出一种考虑无限刚性上部结构的算法。对所建议计算模型的各个方面及其参数取值进行了讨论。编程计算的结果与三维有限元及工程实测结果吻合较好, 表明所建议方法有较好应用前景。

**关键词:**刚性桩复合地基; 内力、沉降分析; 地基 - 基础相互作用

**中图分类号:** TU 473      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000 - 4548(2003)03 - 0268 - 05

**作者简介:**宋二祥(1957 - ), 男, 河北人, 博士, 现任清华大学土木系教授、博士生导师、系主任。主要从事地基基础、基坑支护及地下结构领域的研究。

SONG Er-xiang<sup>1</sup>, SHEN Wei<sup>1</sup>, JIN Huai<sup>2</sup>, LIU Yan-sheng<sup>3</sup>

(1. Dept. of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Beijing Urban Construction Engineering Exploration and Surveying Institute, Beijing 100101, China; 3. Architectural Design and Research Institute, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** A method is proposed for the settlement and inner force analysis of rigid pile composite foundation-raft system. In this method the raft is modeled with Mindlin plate element, and the soil-pile-cushion system is modeled through semi-analytical methods. Besides, an algorithm is proposed to consider the rigidity of the super-structure. The methods and the choice of its parameters are discussed in detail. Numerical examples are presented to compare the calculated results with field measurements and with those obtained by truly 3-dimensional FEM calculations. The satisfactory agreements approve the applicability of the proposed method.

**Key words:** rigid pile composite foundation; settlement analysis; soil-foundation interaction

## 0 引言

刚性桩复合地基是采用刚度较大的混凝土桩或高标号 CFG 桩作为竖向增强体的复合地基, 在其桩顶与基底之间一般铺设一定厚度的级配砂石垫层, 如图 1 所示, 用以调节桩 - 土之间的荷载分配。这种复合地基由于注意发挥桩间土的承载作用, 所以较桩基经济。同时, 因桩体强度、刚度较大, 沿其全长的侧阻及端阻均可以比较充分发挥, 因此同散体材料桩复合地基相比, 它能大幅度提高地基承载力, 故可用于高层建筑。因此, 在我国内陆地区的高层建筑中有很广泛的应用<sup>[1]</sup>。

刚性桩复合地基的设计, 常常是由变形控制的。但对这种复合地基沉降的计算只有一些相当近似的方法, 如复合模量法等<sup>[1]</sup>。这些方法难以较好考虑桩 - 土 - 垫层的相互作用, 计算结果有较大随意性。本课题组曾就受荷较均匀的大面积群桩复合地基的沉降计算给出考虑各部分相互作用的解析计算方法<sup>[2]</sup>, 理论上较为完善, 但这种方法仍难以计算地基沉降的分布, 也不能计算基础的内力。如考虑较精确的分析, 人们自然会想到有限元法。但对一有数百甚至上千根桩的复合地基的有限元分析, 即使在计算机有很大发展的

今天, 仍嫌计算量过大。

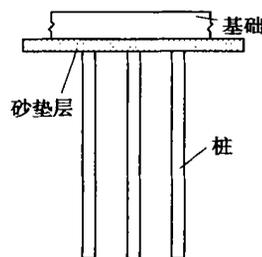


图 1 刚性桩复合地基示意图

Fig. 1 A rigid pile composite foundation

本文参考以往的有关工作<sup>[3~5]</sup>, 提出一种计算刚性桩复合地基上筏板基础内力与沉降的实用方法。这种方法可较好考虑桩土体系 - 基础 - 上部结构的相互作用, 考虑垫层对桩 - 土荷载分担的调整均化作用。以下对该方法的主要方面进行了介绍, 并将编程计算的结果与三维有限元及现场实测结果进行了比较。

## 1 计算模型简介

本文所建议计算模型的基本思路与基础工程中分

基金项目:北京市自然科学基金资助项目(8982011)

收稿日期:2002 - 07 - 18

析条形基础的链杆法类似,即将基础与地基间无穷多点的面接触近似为有限多个点的接触,而每个接触点实际上代表其周围一定大小的接触面积。

这里对筏板用有限元模拟,划分为4节点及3节点 Mindlin 板单元,其中3节点板单元仅用于不规则筏板的边角部位,因其精度不及4节点单元。当有肋梁时则采用三维 Mindlin 梁单元来模拟。这样,筏板有限元网格的节点自然便取为筏板基础与地基的接触点,每个接触点所对应的接触面积可认为近似对应于相邻单元面积之和的1/4。由于桩的刚度相对较为集中,故划分网格时应使桩的位置对应于网格的节点。同时,为考虑桩及桩间土的共同作用,也必须有适量的土节点(见图2)。一个理想的网格应使单元边长与桩的边长(等效方桩的边长)相等。当单元边长大于桩的边长时,在桩节点上自然应再加上一定面积的土的刚度。当然,如该部分土的面积不大时,其刚度相对于桩的刚度小得多,可将其近似略去。但一般不应该使单元的边长小于桩的边长。

筏板刚度按有限元理论计算,这里采用 Mindlin 板单元是为考虑板厚与柱距之比较大时筏板剪切变形的影响。因采用低阶单元,故须采取措施避免剪切闭锁的发生。对于桩、土、垫层体系的刚度,则利用有关的半解析解近似确定,具体方法见后。

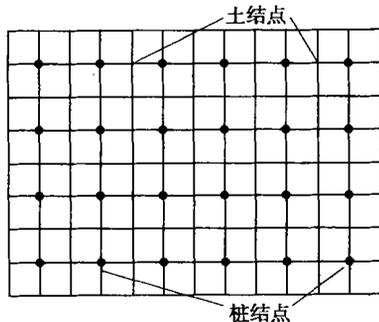


图2 筏板有限元网格划分

Fig. 2 Finite element mesh of a raft foundation

### 1.1 桩-土体系的刚度计算

在将基础-地基间的接触由面简化为有限个点的情况下,桩-土体系的刚度应为与这些接触点对应的刚度矩阵。此刚度矩阵可由相应柔度矩阵求逆得出。

柔度矩阵的元素有以下4类: 桩-桩影响系数  $pp_{,ij}$ ,为桩  $j$  受单位荷载时引起桩  $i$  顶部的沉降,当  $i = j$  则为桩  $j$  受单位荷载时引起其本身桩顶的沉降; 桩-土影响系数  $sp_{,ij}$ ,为桩  $j$  受单位荷载时引起土节点  $i$  处的沉降; 土-桩影响系数  $ps_{,ij}$ ,为土节点  $j$  对应面积  $\omega_j$  上作用均布荷载  $p_j = 1/\omega_j$  时,引起桩  $i$  顶部的沉降; 土-土影响系数  $ss_{,ij}$ ,为土节点  $j$  对应面积

$\omega_j$  上作用均布荷载  $p_j = 1/\omega_j$  时,引起土节点  $i$  处的沉降。

据位移互等定理,上述影响系数  $sp_{,ij}$  和  $ps_{,ji}$  在土所受荷载面积相对较小的情况下近似相等。

计算上述柔度系数时,对于桩间土表面受荷载的情况,我们利用布辛奈斯克解计算相应的竖向应力;而对桩受荷载的情况则按黄绍铭的建议<sup>[3]</sup>用 Geddes 对 Mindlin 解的积分来计算相应的竖向应力。然后,再按有限压缩层模型计算所考虑部位的沉降。具体方法可参见文献[3~5]。

在进行上列计算时应注意以下几点:

(1) 对地基土的沉降计算应考虑其压缩层厚度,这里压缩层厚度据附加应力  $z = 0.2 \sigma_0$  的原则确定,式中  $\sigma_0$  为相应深度的初始应力。为较好估算  $z$ ,此时所施加的荷载应为实际荷载值,然后再计算相应单位荷载作用下的沉降。同时需按经验估计桩土荷载的分担,为提高计算精度则需进行迭代。当然,也可以按经验直接估计压缩层厚度。

(2) 在计算桩  $j$  对桩  $i$  的影响系数时,上述方法不能考虑桩  $i$  的存在对其邻近位移场的影响。桩  $i$  对应位置的地面沉降一般不等于具有较大刚度的桩的桩顶沉降。这里我们采用 Poulos 的建议<sup>[6]</sup>取桩顶往下  $0.3L$  处土的沉降为桩顶沉降的近似值,其中  $L$  为桩长。

(3) 对于土对桩的影响系数有与(2)相同的问题,但此时依据位移互等定理,我们可近似采用其对称元素值,即桩对土的影响系数。这样既符合有关的力学原理,又使所得出的柔度矩阵及刚度矩阵对称。

另外值得说明的是,在采用 Geddes 对 Mindlin 解的积分计算桩顶荷载引起的附加应力时,桩侧摩阻力假定为均布与三角形分布的两部分侧摩阻力的组合,组合系数通过假定桩及桩间土同时受载情况下桩-土变形协调而得出。可以理解,组合的结果同样可以近似考虑刚性桩桩体上段出现的负摩阻力。

### 1.2 垫层作用的模拟

由于垫层厚度很小,这里将其近似视为分布的弹簧,弹簧刚度为

$$k_c = \frac{E_c \omega}{h_c} \quad (1)$$

其中  $h_c$  为垫层厚度; $\omega$  为所考虑的面积,可以是桩的断面面积,或为某土节点对应的面积;对于模量  $E_c$ ,考虑桩顶及桩间土部位的垫层所受竖向应力相差悬殊,而水平约束应力基本相同,我们建议对土节点取侧限压缩模量,而对桩顶则取变形模量。这种取值方法是比较简化的,进一步应考虑应力水平及基底摩擦约束对垫层变形性态的影响。

视垫层为分布弹簧时,可较方便地在上节求出的桩-土体系的柔度矩阵中加入垫层的影响。据柔度系数的定义,只需将柔度矩阵的对角元加上单位荷载下垫层的压缩量。修正后的柔度矩阵对角元为

$$D_{ii} = D_{ii} + \frac{h_c}{E_c} \quad (2)$$

可以理解,由于桩顶荷载较大,桩顶垫层的压缩量也会较桩间土上垫层的压缩量大,这样便近似考虑了桩向垫层的刺入,实现桩-土间荷载分配的调整,使桩所受荷载减小。

### 1.3 上部结构刚度的考虑

刚性桩复合地基往往用于20层左右的高层建筑,此时上部结构的刚度相对于筏板基础的刚度要大得多,故筏板基础将主要承受局部弯曲。如果在计算模型中不考虑上部结构的刚度,则筏板基础不但承受局部弯曲,还承受全部的整体弯曲内力,这不符合实际。按箱、筏基础技术规范<sup>[7]</sup>对筏板基础一般也是仅考虑其局部弯曲。所以,这里建议一种考虑上部结构无限刚性时计算筏板基础沉降及内力的方法。

上部结构一般通过柱子与基础相连,忽略柱的轴向变形则筏板上各柱脚点在筏板沉降变形之后仍保持同一平面(或刚体)上,因此各柱脚点处的沉降可用筏板形心的沉降 $\{W_1\}$ 及两个转角表示如下:

$$\{W_1\} = [T]\{W_c\}, \quad (3)$$

其中

$$\{W_c\} = [w_c \quad x \quad y]^T, \quad (4)$$

式(3)中的 $\{T\}$ 不难由该式的物理意义写出。

将未引入刚体条件时的方程写为

$$\begin{bmatrix} A & L \\ L^T & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

其中各元素均为矩阵或向量,且 $W_2$ 中还包含转角。

将式(3)代入式(5)有

$$\begin{bmatrix} AT & L \\ L^T T & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_c \\ W_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

此时式(6)的方程个数与未知量个数不等(一般是未知量个数减少),也就是说新的矩阵不再是方阵。注意到 $\{F_1\}$ 各元素与对应于形心的合力间存在如下关系(用式(3)由虚功等效可证,由具体算例也可验证)

$$[T]^T \{F_1\} = \{F_c\}, \quad (7)$$

其中

$$\{F_c\} = [P_c \quad M_x \quad M_y]^T, \quad (8)$$

为墙、柱荷载向筏板形心简化后的合力及合力矩。利用式(7)可将式(6)写为

$$\begin{bmatrix} T^T A T & T^T L \\ L^T T & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_c \\ W_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ F_2 \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

这样方程个数与未知量个数相同,且系数矩阵保持原有(如果有)的对称性。

应注意,不可由式(6)的前一组方程任选3个与后一组一起来解,因为任选的3个未必相互独立。

具体实现时无需如上进行矩阵乘法,而是将某些行(列)乘以某个值加到另一确定的行(列)上去,这只要按上述思路具体写出对一个较小方程组的处理即可明白。多余的行列可不删除,仅将其主对角元置1,其余元素置零。

### 1.4 整体方程的求解

针对筏板基础写出有限元方程为

$$[K_b]\{W\} = \{Q\} - \{R\}, \quad (10)$$

其中 $[K_b]$ 为板及肋梁单元生成的整体刚度矩阵, $\{Q\}$ 、 $\{R\}$ 分别为筏板所受外载和相应的桩土反力。从沉降计算的角度看,这里 $\{Q\}$ 应采用附加荷载,即应将对应于基底以上原土层自重的荷载扣除,这对筏板内力也无影响。但当基础埋深较大时,应取总荷载,并考虑土的回弹再压缩的实际过程进行计算。

再由桩-土-垫层体系的受力变形关系

$$\{R\} = [K_p]\{W\}. \quad (11)$$

其中 $[K_p]$ 为桩、土、垫层体系的支承刚度矩阵。将相应矩阵扩为同阶后,将式(11)代入式(10)有

$$([K_b] + [K_p])\{W\} = \{Q\}. \quad (12)$$

桩、土、垫层体系的刚度矩阵 $[K_p]$ 为一满阵,每结点仅一个自由度;板的刚度矩阵中考虑每个结点3个自由度,但带宽较小。将二者集成后则成为每结点3个自由度的满阵。因此,计算所需的计算机内存较大,直接求解计算效率较低,因此我们建议采用一种迭代求解的方法<sup>[5]</sup>。按此方法, $[K_p]$ 被分解为一主对角阵 $[K_d]$ 和一主对角元为零的矩阵 $[K_c]$ ,代入式(12)后,再将含 $[K_c]$ 的项移到右端,然后用迭代方法求解。计算表明这种方法收敛较快。

解出结点位移(沉降)后,进而可求出筏板内力及桩、土反力,计算桩土应力比等。桩土反力的计算可由式(10)得出,即

$$\{R\} = \{Q\} - [K_b]\{W\}, \quad (13)$$

再考虑其相应面积可得对应的应力,进而可求应力比。

## 2 算例

按上述方法开发了计算程序 TUF-COM,并进行了一些计算,以检验其可靠性。下面给出两个算例。

算例1 对一81桩复合地基进行的计算比较

为较严格地检验上述考虑上部结构刚度影响的方法,这里考虑一9×9桩复合地基上的筏板基础(见图

3) 在考虑与不考虑上部结构刚度情况下的计算,并分别与 ANSYS 的计算进行对比。复合地基桩长 6 m,断面为 0.5 m × 0.5 m 的方形,桩距 1.5 m,承台长 × 宽 × 高为 13.5 m × 13.5 m × 0.5 m,垫层厚 200 mm,变形模量取为 25 MPa,泊桑比取 0.25。地基土压缩模量取为 10 MPa,总深度取 (0.2 + 6 + 15) = 21.2 m。柱子传到筏板的荷载按 300 kN/m<sup>2</sup> 进行估算。

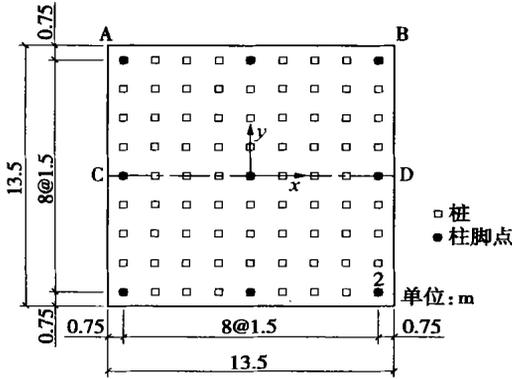


图3 9 × 9 桩复合地基

Fig. 3 A 9 × 9 rigid pile composite foundation

不考虑上部结构刚度时沿基础中心线 CD 的沉降及弯距分布见图 4,5,考虑上部结构刚度时沿 CD 的沉降及弯距分布见图 6,7。考虑上部结构完全刚性时,要求柱脚点沉降后仍位于同一平面,此时筏板沉降趋于均匀,且仅受局部弯曲。与 ANSYS 程序计算结果的对比表明 TUF - COM 的较好计算精度。

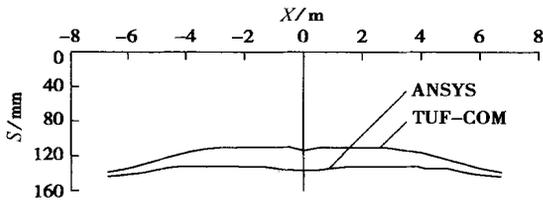


图4 不考虑结构刚度时的基础沉降分布

Fig. 4 Settlement distribution without consideration of structure stiffness

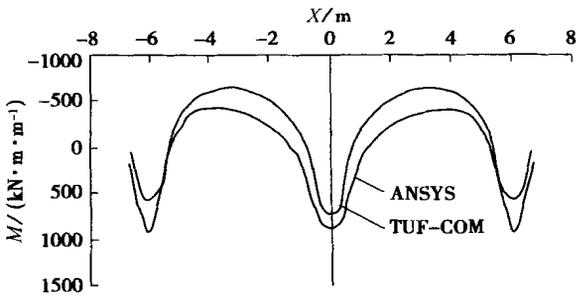


图5 不考虑结构刚度时的基础弯距分布

Fig. 5 Bending moment in the raft without consideration of structure stiffness

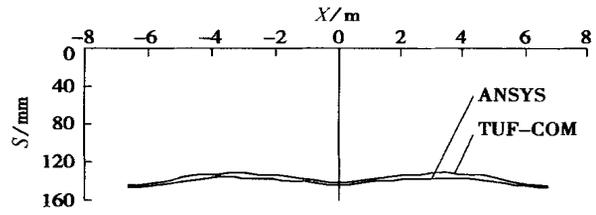


图6 考虑结构刚度时的基础沉降分布

Fig. 6 Settlement distribution with consideration of structure stiffness

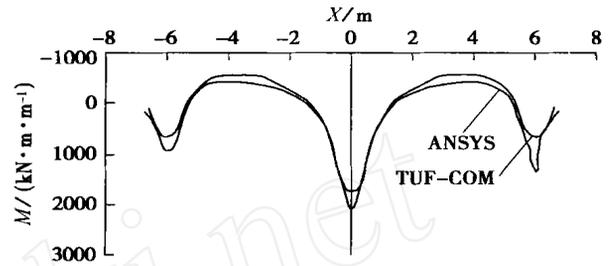


图7 考虑结构刚度时的基础弯距分布

Fig. 7 Bending moment in the raft with consideration of structure stiffness

算例 2 对一实际工程的计算比较

本算例计算一实际工程的沉降,并与观测沉降进行对比。该工程为位于北京市朝阳区的嘉和公寓,总建筑面积 86468 m<sup>2</sup>,包括 3 座塔楼和裙房。塔楼 A 与 C,地下 2 层,地上 32 层,为剪力墙结构,局部裙房为框架结构。塔楼 B 地下 2 层,地上 28 层,为局部框支的剪力墙结构,局部裙房为框架结构。3 座塔楼之间设沉降缝兼做防震缝。

土层材料参数采用北京市城建勘察测绘院给出的土工试验参数<sup>[8]</sup>,其中土的模量取实测试样的平均值。塔楼部分采用刚性桩复合地基,桩长 18 m,桩径 415 mm,垫层为粗中砂,厚 150 mm,变形模量取为 49.8 MPa,泊桑比取 0.25。筏板基础厚 1.2 m,荷载按 500 kN/m<sup>2</sup> 计算。

基础平面及所用有限元网格见图 8,其中的实心圆点为沉降观测点位置。

考虑上部结构刚性时,同一座塔楼的柱子和剪力墙所在位置的节点在沉降后仍然是在同一平面上的。表 1 与表 2 分别给出塔楼 A 与 B 用 TUF - COM 计算得出的沉降与结构封顶 273 d 后所观测沉降的对比。其中计算 1 与计算 2 分别为不考虑和考虑上部结构刚度时的计算结果。从表 1 和表 2 可以看出计算结果与实测结果的吻合程度是满足工程问题的精度要求的,但是对此算例来说计算结果可能略小了一些,这可能和土性参数取值等有关。但是其他多数算例的计算结果是略大一些<sup>[8]</sup>。

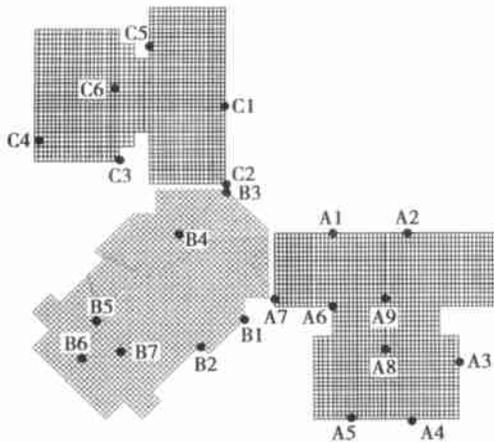


图8 算例2有限元计算网格

Fig. 8 The finite element mesh for example 2

表1 塔楼A的计算沉降与实测沉降的对比(mm)

Table 1 Calculated and measured settlements of Tower A

点号	计算1	计算2	实测
A1	29	31	35
A2	29	31	36
A3	27	31	39
A4	28	31	31
A5	28	31	37
A6	32	31	35
A7	24	31	36
A8	35	31	34
A9	36	31	33

表2 塔楼B的计算沉降与实测沉降的对比(mm)

Table 2 Calculated and measured settlements of Tower B

点号	计算1	计算2	实测值
B1	23	31	43
B2	27	31	40
B3	24	31	40
B4	32	31	40
B5	32	31	33
B6	31	31	30
B7	35	31	38

### 3 结 论

针对带垫层刚性桩复合地基-筏板基础体系提出一种实用计算方法。同时,还给出一种考虑无限刚性上部结构的算法。与三维有限元计算及实测结果的对比表明所建议方法有较好的应用前景。

进一步的研究需进行更多的计算对比,完善模型参数的取值原则,并考虑桩承载性质的非线性。对于上部结构影响更为符合实际的考虑也应进一步研究,可采用子结构方法,或据已有研究成果由上部结构完全刚性与完全柔性两种情况下的解组合给出上部结构有限刚性情况下的解。

参加本文程序开发的还有高怀珠,徐明等。

### 参考文献:

- [1] 阎明礼,张东刚. CFG桩复合地基技术及工程实践[M]. 北京:中国水利水电出版社,2001.
- [2] 傅景辉,宋二祥. 刚性桩复合地基工作特性分析[J]. 岩土力学,2000,21(4):335-339.
- [3] 黄绍铭,等. 软土中桩基的沉降估算[A]. 第四届土力学及基础工程学术会议论文集[C]. 北京:中国建筑工业出版社,1986.
- [4] 赵锡宏,等. Theory of Design of Piled Raft and Piled Box Foundations for Tall Buildings in Shanghai [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1998.
- [5] 宋二祥,等. A practical method for deformation analysis of pile-raft foundation[A]. Proc 5th Inter Conf on Tall Buildings [C]. Hong Kong, 1998. 966-971.
- [6] Poulos H G. An approximate numerical analysis of pile-raft interaction[J]. Inter J Num Analy Neth Geomech, 1994, 18(2): 73-92.
- [7] 中华人民共和国行业标准. 高层建筑箱形与筏形基础技术规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1999.
- [8] 沈伟. 刚性桩复合地基-筏板体系内力、沉降计算方法研究[D]. 北京:清华大学土木工程系,2002.